

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Демьянко Кирилла Вячеславовича

**«Быстрые методы вычисления характеристик гидродинамической устойчивости»,
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.07 – вычислительная математика**

Актуальность темы. Задачи гидродинамической устойчивости возникают во многих инженерных и научных приложениях. Наиболее важными характеристиками гидродинамической устойчивости являются энергетическое и линейное критические числа Рейнольдса. Их вычисление сводится к решению частичных проблем собственных значений, которые возникают после пространственной аппроксимации линеаризованных уравнений вязкой несжимаемой жидкости. При этом, методы поиска критических чисел Рейнольдса, используют алгоритмы решения соответствующих частичных проблем собственных значений, как вспомогательные процедуры. Поэтому разработка эффективных методов вычисления критических чисел Рейнольдса с заданной точностью является важной и актуальной задачей.

При исследовании устойчивости течений, зависящих от одной пространственной переменной, аппроксимацию уравнений нередко выполняют методом коллокаций, который приводит к проблемам с плотными матрицами не очень большого размера. В таком случае для расчетов достаточно современного персонального компьютера и стандартного численного программного обеспечения, включающего алгоритмы решения проблем собственных значений с плотными матрицами. Метод коллокаций применим и в случае достаточно простых течений, зависящих от двух пространственных переменных, однако в силу существенно большей алгебраической размерности возникающих в таком случае вычислительных задач, требуются специальные методы, учитывающие структуру рассматриваемых уравнений. Одним из примеров таких течений является течение Пуазейля в бесконечном в продольном направлении канале постоянного прямоугольного сечения. Существенный интерес представляет зависимость линейного критического числа Рейнольдса от величины отношения длин сторон сечения канала. В конце прошлого века данная зависимость была получена численно. Соответствующие результаты были подтверждены и позднее, однако какого-либо теоретического обоснования этой зависимости дано не было.

При исследовании достаточно сложных двумерных и трехмерных течений, как правило, используются конечно-разностные или конечно-элементные методы аппроксимации, которые приводят к частичным проблемам собственных значений с большими разреженными матрицами. Для их решения обычно применяют методы Арнольди и Якоби-Дэвидсона, а также несимметричный метод Ланцоша. Существенным недостатком этих методов являются высокие требования к объему оперативной памяти, поэтому по-прежнему актуальна разработка эффективных алгоритмов решения частичных проблем собственных значений с большими разреженными матрицами.

Содержание диссертации и ее завершенность. Диссертационная работа К.В. Демьянко посвящена разработке, обоснованию и реализации эффективных и быстрых методов вычисления характеристик гидродинамической устойчивости. Работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, сформулирована цель диссертационной работы, перечислены основные элементы ее новизны и теоретической и практической значимости. Сформулированы основные положения, выносимые на защиту. Введение полностью отражает рассматриваемые в диссертации вопросы.

Первая глава посвящена описанию, обоснованию и развитию технологии численного анализа устойчивости систем обыкновенных дифференциальных и алгебраических уравнений, полученных после аппроксимации по пространственным переменным линеаризованных относительно основного течения уравнений вязкой несжимаемой

жидкости. Эта технология была разработана А.В. Бойко и Ю.М. Нечепуренко, но при этом не было дано ее обоснования. В первой главе обосновываются предварительные преобразования, приводящие исходную систему обыкновенных дифференциальных и алгебраических уравнений к системе обыкновенных дифференциальных уравнений с матрицами меньшего размера. Показано, что вычисление энергетического критического числа Рейнольдса может быть сведено к вычислению максимального собственного значения эрмитового матричного пучка со знакоопределенной матрицей при спектральном параметре. Разработан и обоснован алгоритм вычисления линейного критического числа Рейнольдса и построения соответствующих нейтральных кривых с заданной относительной точностью.

Во второй главе предложен и обоснован специальный вариант обсуждавшейся в первой главе технологии, который предназначен для исследования устойчивости течений в бесконечных каналах постоянного прямоугольного сечения, и является значительно более экономичным, чем использовавшиеся ранее методы. Для течения Пуазейля с помощью этого варианта технологии численно исследована зависимость линейного критического числа Рейнольдса от величины отношения длин сторон сечения канала. Данные расчеты позволили уточнить уже известные результаты.

Третья глава посвящена методам решения частичных проблем собственных значений с большими разреженными матрицами и содержит ряд новых разработанных диссертантом алгоритмов. В частности, предложены и обоснованы методы ньютоновского типа, предназначенные для вычисления спектрального проектора, отвечающего заданной группе изолированных собственных значений большой разреженной матрицы, а также для вычисления понижающего подпространства, отвечающего заданному изолированному подмножеству конечных собственных значений регулярного матричного пучка с большими разреженными матрицами. Начальные приближения для этих двух методов ищутся с помощью оригинальных вариантов приближенного метода обратных итераций с тюнингом, предложенных в диссертации.

Необходимо отметить, что технология, обсуждавшаяся в первых двух главах, ориентирована на системы уравнений с плотными матрицами. Однако наиболее важный ее элемент – алгоритм вычисления линейного критического числа Рейнольдса и построения соответствующих нейтральных кривых на основе процедур FZERO и FMIN – применим и к системам с большими разреженными матрицами. Для этого можно использовать предложенные в третьей главе методы. Поэтому их можно рассматривать, как дальнейшее развитие технологии, описанной в первых двух главах работы.

В заключении кратко сформулированы основные результаты диссертации.

Обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, подтверждена апробацией на международных и российских научных конференциях и семинарах, а также публикациями результатов исследования в рецензируемых научных изданиях, в том числе и рекомендованных ВАК.

Достоверность полученных результатов, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, обеспечивается корректным использованием математического аппарата линейной алгебры и численного анализа, доказательством теорем о свойствах предлагаемых методов, а также исследованием сходимости по шагу сетки, выполнявшемся в ходе расчетов, которое позволяет судить о точности полученных результатов. Кроме того, там, где это было возможно, выполнялось сравнение полученных результатов с уже известными.

Научная новизна и практическая значимость полученных автором результатов. Диссертантом разработан и обоснован алгоритм вычисления линейного критического числа Рейнольдса и построения соответствующих нейтральных кривых с заданной относительной точностью. Данный алгоритм применим к системам как с плотными, так и с разреженными матрицами и является более экономичным, чем известные алгоритмы. Предложен и обоснован специальный вариант разработанной А.В. Бойко и Ю.М. Нечепуренко технологии,

предназначенный для исследования течений в бесконечных каналах постоянного прямоугольного сечения. Выполненное с его помощью численное исследование зависимости линейного критического числа Рейнольдса течения Пуазейля от отношения длин сторон сечения позволило уточнить известные результаты. Впервые дано теоретическое обоснование этой зависимости, которое хорошо согласуется с результатами численных экспериментов. Предложены и обоснованы новые методы ньютоновского типа для решения частных обычных и обобщенных проблем собственных значений с большими разреженными матрицами. Обладая квадратичной скоростью сходимости, эти методы требуют значительно меньшего объема оперативной памяти и являются логически более простыми, чем наиболее популярные в настоящее время методы решения частных проблем собственных значений – методы Арнольди и Якоби-Дэвидсона, а также несимметричный метод Ланцоша.

Рекомендации по использованию результатов и выводов диссертации. Элементы обоснованной в диссертационной работе технологии, такие как алгоритм вычисления линейного критического числа Рейнольдса и построения соответствующих нейтральных кривых, могут быть использованы для исследования устойчивости различных течений вязкой несжимаемой жидкости. Описанные в третьей главе методы ньютоновского типа, а также варианты приближенного метода обратных итераций с тюнингом, позволяют эффективно решать частные обычные и обобщенные проблемы собственных значений с большими разреженными матрицами. В частности, эти методы могут быть использованы в рамках описанной в первых двух главах диссертации технологии вычисления критических чисел Рейнольдса. С помощью этих методов можно также вычислять спектральные проекторы, отвечающие изолированному подмножеству собственных значений разреженной матрицы, которые используются во многих приложениях, например, для редукции систем обыкновенных дифференциальных уравнений и проектирования на локально устойчивое многообразие оператора эволюции при решении задач стабилизации и управления.

В целом, работа выполнена на весьма высоком уровне, все научные положения, выводы и рекомендации обоснованы. Основные результаты, сформулированные в заключении, действительно получены. Разработанные автором методы действительно оригинальны. Основные результаты диссертации опубликованы, в том числе, есть три публикации в журналах из перечня ВАК, результаты широко обсуждались на различных конференциях и семинарах. Содержание диссертации достаточно полно и правильно отражено в автореферате.

Замечания. По характеру изложения результатов диссертации можно сделать следующие замечания:

1. Теорему 1.5.1 на стр. 20 вряд ли стоило бы называть теоремой. Изложенное в ней полезное соображение относительно того, как можно использовать процедуру FZERO для вычисления линейного критического числа Рейнольдса с заданной относительной точностью, можно было бы назвать утверждением или сформулировать в виде замечания.
2. В изложенном на стр. 21 алгоритме сомнительным представляется предложение определять наличие или отсутствие корня с помощью проверки того, равен или не равен нулю численно найденный минимум.
3. Следовало бы более подробно изложить, каким образом производится преобразование задачи (2.2.28) к задаче (2.2.31).
4. Сделанное на стр. 59 утверждение *“Близость кривых I и II позволяет утверждать, что в канале прямоугольного сечения механизм линейной устойчивости течения Пуазейля с условием прилипания на боковых стенках аналогичен механизму линейной устойчивости течения Пуазейля с условием прилипания на боковых стенках...”* можно поставить под сомнение. Вряд ли близость двух кривых позволяет сделать вывод об аналогичности двух разных механизмов. Для такого вывода требуется более детальное исследование.

Указанные замечания не снижают общей положительной оценки диссертационной работы. Считаю, что диссертация соответствует требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор Демьянко Кирилл Вячеславович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – вычислительная математика.

Официальный оппонент:

д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой
математического моделирования
федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего
профессионального образования
«Национальный исследовательский
университет МЭИ»,
111215 Москва, Красноказарменная ул. 14,
тел.: 8-495-362-77-74,
email: AmosovAA@mpei.ru



/Амосов Андрей Авенирович/

Дата 24.12.2014

Подпись официального оппонента
профессора Амосова А.А. заверяю

Начальник управления кадров НИУ «МЭИ»

24.12.2014



/ Е.Ю. Баранова /